

# 基于整机的中介轴承外圈剥落故障振动分析

陈 果<sup>1</sup>, 贺志远<sup>1</sup>, 尉询楷<sup>2</sup>, 于平超<sup>1</sup>  
(1. 南京航空航天大学 民航学院, 南京 210016;  
2. 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076)

**摘 要:** 针对某典型双转子航空发动机中介轴承外圈疲劳剥落故障诊断问题,基于整机振动耦合动力学模型,导入中介轴承外圈早期剥落故障模型,通过数值积分方法获取故障激励下的整机振动响应。提取并分析了中介轴承外圈剥落故障特征,从信号分析中发现:①出现了 4 倍外圈故障特征频率及其两侧以外圈旋转频率为间隔的调制边频带;②随着不平衡量增加,特征频率分量基本不变,边频带变得更加突出;③随着轴承游隙的增加,外圈故障引起的冲击更为强烈,特征频率及其调制边频均显著增加。通过比较从轴承座到机匣各测点信号的故障特征,结果表明中介轴承早期疲劳剥落产生的冲击通过轴承座传递到机匣将产生很大程度的衰减,在机匣测点信号中轴承故障特征基本消失。  
**关 键 词:** 双转子发动机; 整机振动; 中介轴承; 疲劳剥落; 故障振动分析  
**中图分类号:** V231.92      **文献标志码:** A

## Vibration analysis of peeling fault of intermediate bearing outer ring based on whole aero-engine

CHEN Guo<sup>1</sup>, HE Zhiyuan<sup>1</sup>, WEI Xunkai<sup>2</sup>, YU Pingchao<sup>1</sup>  
(1. College of Civil Aviation,  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;  
2. Beijing Aeronautical Engineering Technical Research Center, Beijing 100076, China)

**Abstract:** In view of the problem of outer ring fatigue peeling fault diagnosis of intermediate bearing in a typical double-rotor aero-engine, based on the vibration coupling dynamic model of aero-engine, the early peeling fault model of outer ring of intermediate bearing was introduced, and the vibration response of aero-engine was obtained by numerical integration. The fault features of intermediate bearing with peeling off on outer ring were extracted and analyzed. It was found from the signal analysis that: (1) there were 4 times of the characteristic frequency of outer ring fault and the modulation sidebands with the outer ring rotation frequency taken as the interval on both sides. (2) With the increase of unbalance, the characteristic frequency component was basically unchanged, and the sidebands became more prominent. (3) With the increase of bearing clearance, the impact caused by outer ring fault was more intense, and the characteristic frequency and modulation sideband frequency were

**收稿日期:** 2019-09-10  
**基金项目:** 国家自然科学基金 (51675263); 国家科技重大专项 (2017-IV-0008-0045)  
**作者简介:** 陈果 (1972—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 主要研究方向为航空发动机转子动力学与整机振动、旋转机械故障诊断、信号处理等。E-mail: cgzyx@263.net

**引用格式:** 陈果, 贺志远, 尉询楷, 等. 基于整机的中介轴承外圈剥落故障振动分析[J]. 航空动力学报, 2020, 35(3): 658-672. CHEN Guo, HE Zhiyuan, WEI Xunkai, et al. Vibration analysis of peeling fault of intermediate bearing outer ring based on whole aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(3): 658-672.

significantly increased. By comparing the fault characteristics of the signals from the bearing housing to the casing, the results showed that the impact caused by the early fatigue peeling of the intermediate bearing transmitted to the casing from the bearing housing could produce a great degree of attenuation, and the bearing fault characteristics basically disappeared in the casing measurement point signals.

**Key words:** double-rotor engine; whole aero-engine vibration; intermediate bearing; fatigue peeling; fault vibration analysis

目前,滚动轴承是航空发动机故障率高发部件,是导致航空发动机空中停车和提前换航空发动机的主导原因之一,严重危及飞行安全,其中双转子航空发动机中的中介轴承由于其工作条件和润滑状态恶劣,故障率更高。然而,由于现有故障检测方法没有与中介轴承故障关联,监视技术距离实用仍有较大差距,无法有效提前发现中介轴承的早期故障征兆,只能依靠缩短检查间隔,加大了外场维护工作量,造成了大量不必要的过剩维修。由此可见,从技术根本上破解机载监视难题非常重要<sup>[1]</sup>。

首先需要解决的问题是对滚动轴承故障激励下的动力学振动机理进行深入理解。在滚动轴承故障动力学研究方面,目前国际上已有许多学者进行了相关研究工作,成功地模拟了滚动轴承振动响应。Sunnarsjo<sup>[2]</sup>首先提出了轴承振动的数学模型。他在所提出的模型中构建了2自由度模型,根据赫兹接触理论建立载荷和变形的关系,模型中忽略了滚动体的质量和转动惯量。Liew等<sup>[3]</sup>提出了最全面的5自由度轴承模型,其中包括滚动元件离心载荷、角接触和径向游隙等。5自由度轴承模型不仅包括内圈的径向位移,还包括轴向位移和绕 $x$ 轴和 $y$ 轴的旋转角位移。Tadina等<sup>[4]</sup>建立了局部缺陷详细几何形状,利用该模型实现了不同局部故障的滚动轴承振动响应仿真。文献[5-10]研究了滚道表面粗糙度和波纹度、局部和分布缺陷、不平衡载荷、摩擦碰撞以及不对中条件等导致的滚动轴承振动响应。

在国内,陈果<sup>[11]</sup>建立了滚动轴承内圈、外圈和滚动体局部损伤模型,将故障模型导入转子-滚动轴承耦合动力学模型中进行数值仿真,直接获取滚动轴承故障激励下的非线性振动响应,并利用小波包络谱分析的方法提取了仿真信号的故障特征,验证了仿真结果的正确性。张根源等<sup>[12]</sup>采用多体动力学方法建立了考虑点缺陷的滚动轴承动力学模型,对内圈、外圈和保持架存在点缺陷的

滚动轴承动力学响应进行了模拟。徐东等<sup>[13]</sup>针对含有表面故障的滚动轴承非线性动力学关系复杂并难以采用解析方法进行描述等问题,提出一组单表面故障的滚动轴承非线性动力学方程,用以描述含有单表面故障的滚动轴承运转过程中的动力学关系。张亚洲等<sup>[14]</sup>引入了滚动体的随机滑动和周期性变化的振动传递函数,并综合考虑了静态载荷分布和故障点的位置,建立了滚动轴承局部故障的随机振动数学模型,并用试验验证了该模型在轴承故障机理分析和故障诊断方面的实效性。关贞珍等<sup>[15]</sup>建立了转子-故障滚动轴承-轴承座系统非线性振动模型,进一步建立了轴承外圈、内圈、滚动体局部损伤故障非线性动力学模型,用仿真分析结果验证了滚动轴承存在局部故障时的动力学特性,表明轴承局部损伤故障动力学模型的正确性。刘倩楠等<sup>[16]</sup>基于 Hertz 理论,建立了滚动轴承外圈剥落故障双冲击特征机理模型,利用4阶变步长龙格-库塔数值积分法对轴承外圈滚道局部缺陷进行动力学仿真及双冲击特性分析,仿真结果与试验结果基本吻合。刘静等<sup>[17]</sup>以滚道表面存在局部故障的圆柱滚子轴承为研究对象,提出考虑滚动体与内外圈滚道之间非理想 Hertz 线接触特性和时变位移激励的圆柱滚子轴承局部故障动力学模型。张建军等<sup>[18]</sup>建立了一个6自由度故障轴承动力学模型,模型中充分考虑了由轴承游隙所引起的轴承非线性时变刚度和滚动体滑动等影响因素,对滚动轴承外圈、内圈和滚动体局部故障进行动力学仿真和分析。罗茂林等<sup>[19]</sup>基于 Hertz 接触理论,提出考虑滚动体与内圈剥落区之间时变接触刚度特性和时变位移激励的球轴承局部故障双冲击现象动力学机理模型,对振动响应中的双冲击时间间隔进行分析,并通过试验验证了该模型的有效性。

然而,现有研究工作鲜有将滚动轴承故障模型与航空发动机整机振动模型进行结合来研究故障机理,因此,研究结果难以应用于滚动轴承实际故障诊断。本文针对某双转子航空发动机中介轴

承外圈剥落故障,建立故障动力学模型,并导入整机耦合动力学模型,通过数值积分方法获取滚动轴承故障激励下的振动响应,研究故障特征和传播路径,以期为进一步有效实施滚动轴承的故障诊断提供技术支持。

# 1 某型双转子航空发动机整机振动耦合动力学建模

文献[20-22]提出了一种新型的转子-滚动轴承-机匣耦合动力学模型,在模型中利用有限元方法对转子和机匣系统进行建模;支承系统采用了集总参数模型,计入了滚动轴承和挤压油膜阻尼器的非线性;定义了多种支承和连接方式,以适应多转子和多机匣的复杂结构建模。运用 Newmark- $\beta$  法和改进的 Newmark- $\beta$  法(翟方法)相结合的数值积分获取系统非线性动力学响应。该模型的突出优势是很容易进行非线性故障仿真。文献[23]将该模型应用于航空发动机转静碰摩故障的整机振动建模与故障机理分析。

文献[24]在文献[20-22]的基础上,考虑实际航空发动机支承系统普遍采用的球轴承和滚子轴承相结合的设计特点,本文在航空发动机整机振动分析中对滚动轴承进行了详细建模。首先建立了 5 自由度球轴承动力学模型,推导了在 5 自由度复杂变形下的轴承力和力矩表达式;然后针对圆柱滚子轴承,利用“切片法”,推导了考虑轴承径

向变形、圆柱转子凸度、轴承游隙以及轴承倾斜引起的角向变形等复杂因素作用下的圆柱滚子轴承的作用力;最后将复杂的球轴承模型和滚子轴承模型与 6 自由度的转子和机匣有限元梁模型结合,建立了含复杂滚动轴承建模的航空发动机(下文简称发动机)整机振动模型,并利用数值积分方法进行了动力学方程求解。文献[25]将该模型应用于航空发动机支承松动故障机理分析。

本文采用文献[24]的建模方法对某型双转子航空发动机进行整机耦合动力学建模,利用数值积分方法求取系统振动响应。图 1 为某型双转子航空发动机整机结构简图。采用文献[24]的航空发动机整机耦合动力学建模方法进行整机动力学建模。航空发动机低压转子和高压转子及机匣用梁单元模拟,安装节用线性弹簧模拟,轴承用复杂的非线性模型模拟。航空发动机一共有 6 个支点,其中支点 5 为中介轴承。测点 1、2、3、4、5 分别对应支点 5 轴承座、支点 6 轴承座、中介机匣、涡轮后机匣、混合气机匣,为动力学仿真的响应输出点。

图 2 为发动机整机动力学模型简图,整个模型分为 5 个子结构,即:低压压气机转子、低压涡轮转子、高压转子、内涵机匣、及外涵机匣。S1(RC1)、S2(RC2)、S3(RC3)、S4(RC4)、S5(RRM)、S6(RC6)分别对应发动机的 6 个支点,其中 RC*i* 表示机匣与转子的支承,RRM 为中介轴承支点。RRC 为低压压气机和低压涡轮的套

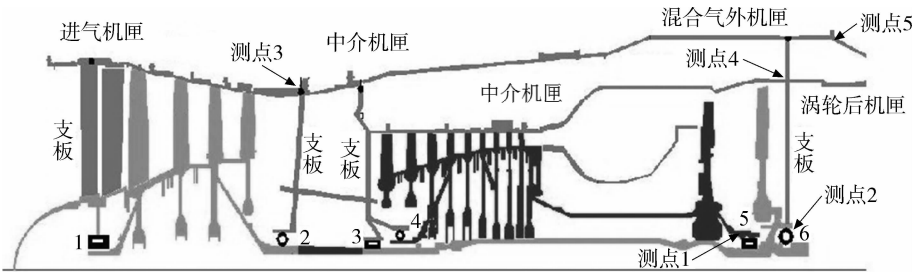


图 1 某型双转子航空发动机整机结构简图  
Fig. 1 Structural sketch of a double-rotor aero-engine

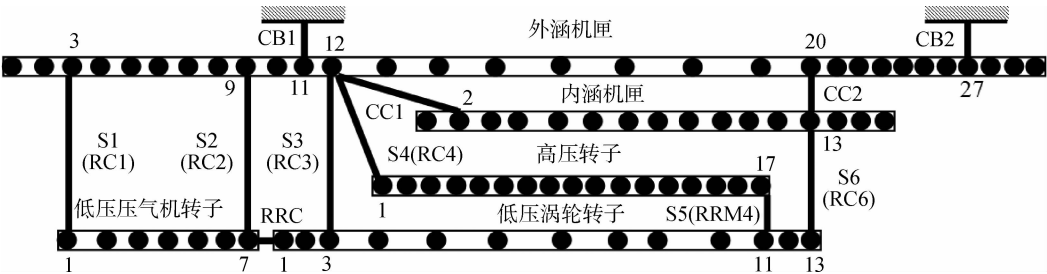


图 2 某型双转子航空发动机整机动力学模型简图  
Fig. 2 Sketch of dynamic model of a double-rotor aero-engine

齿联轴器连接;CC1 和 CC2 为内涵机匣和外涵机匣的连接;CB1 和 CB2 分别为机匣安装节连接。在图 2 中标注了各子结构相互连接的节点。

表 1 为转子和机匣的有限元节点数。各个转子与机匣间的支承连接参数信息如表 2 所示。机匣和基础支承连接参数信息如表 3 所示。低压转

子联轴器参数信息如表 4 所示。转子-转子中介轴承连接支承参数信息如表 5 所示。机匣-机匣连接参数信息如表 6 所示。球轴承的参数如表 7 所示。圆柱滚子轴承的参数如表 8 所示。

某型双转子航空发动机整机振动具体建模过程包括如下关键技术。

表 1 转子和机匣的有限元节点  
Table 1 Finite element nodes of rotor and casing

| 部件名称 | 低压<br>压气机转子 | 低压<br>涡轮转子 | 高压转子 | 内涵机匣<br>(整个内涵道机匣) | 外涵机匣<br>(整个外涵道机匣) |
|------|-------------|------------|------|-------------------|-------------------|
| 节点数  | 7           | 13         | 17   | 16                | 30                |

表 2 转子和机匣支承连接动力学参数  
Table 2 Dynamic parameters of connection between rotor and casing support

| 转子-机匣支承<br>连接名称 | 外圈<br>质量/kg | 轴承座<br>质量/kg | 外圈与轴承座<br>之间的连接刚度/ | 外圈与轴承座<br>之间的连接阻尼/ | 轴承座与机匣<br>之间的连接刚度/ | 轴承座与机匣<br>之间的连接阻尼/ |
|-----------------|-------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                 |             |              | $10^8$ (N/m)       | (N · s/m)          | $10^7$ (N/m)       | (N · s/m)          |
| S1(RC1)         | 1.00        | 10.41        | 5.0                | 2000.0             | 5.3                | 2000.0             |
| S2(RC2)         | 1.00        | 8.41         | 3.5                | 2000.0             | 13.0               | 2000.0             |
| S3(RC3)         | 1.00        | 10.41        | 5.0                | 2000.0             | 13.0               | 2000.0             |
| S4(RC4)         | 1.00        | 16.72        | 3.5                | 2000.0             | 13.0               | 2000.0             |
| S6(RC6)         | 1.00        | 20.02        | 5.0                | 2000.0             | 2.6                | 2000.0             |

表 3 机匣和基础支承连接动力学参数  
Table 3 Dynamic parameters of connection between casing and foundation support

| 机匣-基础<br>连接名称 | $x$ 径向线刚度/<br>$10^8$ (N/m) | $x$ 径向线阻尼/<br>(N/m) | $y$ 径向线刚度/<br>$10^9$ (N/m) | $y$ 径向线阻尼/<br>(N · s/m) |
|---------------|----------------------------|---------------------|----------------------------|-------------------------|
| CB1           | 1.0                        | 2000.0              | 1.0                        | 2000.0                  |
| CB2           | 1.0                        | 2000.0              | 1.0                        | 2000.0                  |

表 4 低压转子联轴器动力学参数  
Table 4 Dynamic parameters of low pressure rotor coupling

| 联轴器名称 | 径向刚度/<br>$10^9$ (N/m) | 径向阻尼/<br>(N · s/m) | 角向刚度/<br>$10^6$ (N · m/rad) | 角向阻尼/<br>(N · m · s/rad) |
|-------|-----------------------|--------------------|-----------------------------|--------------------------|
| RRC   | 1.0                   | 0                  | 1.0                         | 0                        |

表 5 转子-转子中介轴承连接动力学参数  
Table 5 Dynamic parameters of rotor-rotor intermediate bearing connection

| 中介轴承<br>支承名称 | 外圈<br>质量/kg | 轴承座<br>质量/kg | 外圈与轴承座<br>之间的连接刚度/<br>$10^8$ (N/m) | 外圈与轴承座<br>之间的连接阻尼/<br>(N · s/m) | 轴承座与外转子<br>之间的连接刚度/<br>$10^8$ (N/m) | 轴承座与外转子<br>之间的连接<br>阻尼/(N · s/m) |
|--------------|-------------|--------------|------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| S5(RRM)      | 1.0         | 1.0          | 2.5                                | 500.0                           | 2.5                                 | 500.0                            |

表 6 机匣-机匣支承动力学参数  
Table 6 Dynamic parameters of casing-casing support

| 名称  | 径向刚度/<br>10 <sup>8</sup> (N/m) | 径向阻尼/<br>(N · s/m) | 角向刚度/<br>10 <sup>6</sup> (N · m/rad) | 角向阻尼/<br>(N · m · s/rad) |
|-----|--------------------------------|--------------------|--------------------------------------|--------------------------|
| CC1 | 5.0                            | 2000.0             | 1.0                                  | 100.0                    |
| CC2 | 5.0                            | 2000.0             | 1.0                                  | 100.0                    |

表 7 球轴承参数  
Table 7 Ball bearing parameters

| 球轴承型号      | 支点 2 球轴承 | 支点 4 球轴承 | 支点 6 球轴承 |
|------------|----------|----------|----------|
| 滚珠数目       | 17       | 17       | 22       |
| 节圆直径/mm    | 184      | 184      | 120      |
| 滚珠直径/mm    | 24.606   | 24.606   | 12.000   |
| 游隙/mm      | 0        | 0        | 0        |
| 初始接触角/rad  | 0        | 0        | 0        |
| 内圈沟曲率半径/mm | 0.520    | 0.520    | 0.520    |
| 外圈沟曲率半径/mm | 0.520    | 0.520    | 0.520    |
| 内圈弹性模量/GPa | 210      | 210      | 210      |
| 外圈弹性模量/GPa | 210      | 210      | 210      |
| 内圈泊松比      | 0.300    | 0.300    | 0.300    |
| 外圈泊松比      | 0.300    | 0.300    | 0.300    |
| 接触指数       | 1.500    | 1.500    | 1.500    |

表 8 圆柱滚子轴承参数  
Table 8 Roller bearing parameters

| 圆柱滚子轴承型号 | 支点 1 圆柱滚子轴承 | 支点 3 圆柱滚子轴承 | 支点 5 圆柱滚子轴承 |
|----------|-------------|-------------|-------------|
| 滚子数目     | 28          | 28          | 34          |
| 节圆直径/mm  | 112.5       | 112.5       | 125.0       |
| 滚子直径/mm  | 9           | 9           | 8           |
| 游隙/mm    | 0           | 0           | 0           |
| 凸度量/mm   | 0.02        | 0.02        | 0.02        |
| 有效长度/mm  | 14          | 14          | 12          |
| 直线段长度/mm | 7.77        | 7.77        | 7.77        |
| 切片数      | 10          | 10          | 10          |

1.1 转子和机匣的有限元建模

从表 1 可以看出,发动机整机模型中包括如下子结构,即低压压气机(lpc)、低压涡轮(lpt)、高压转子(hp,包括高压压气机和高压涡轮转子)、内涵机匣(cin)和外涵机匣(cout)。其中设 $\boldsymbol{q}$ 、 $\dot{\boldsymbol{q}}$ 、 $\ddot{\boldsymbol{q}}$ 为子结构有限元动力学方程的广义位移、速度和

加速度向量; $\boldsymbol{Q}$ 为系统广义外力向量; $\boldsymbol{M}$ 为系统广义质量矩阵; $\boldsymbol{G}$ 为系统陀螺矩阵; $\boldsymbol{K}$ 为系统刚度矩阵; $\boldsymbol{C}$ 为系统阻尼矩阵。 $\omega$ 为旋转速度;将 $\boldsymbol{C}$ 假设为比例阻尼,即 $\boldsymbol{C}=\alpha_0\boldsymbol{M}+\alpha_1\boldsymbol{K}$ ,其中 $\alpha_0$ 和 $\alpha_1$ 为常数,可由模态试验得到。那么 5 个子结构分别基于梁单元建立有限元模型,可得

$$M_{lpc} \ddot{\mathbf{q}}_{lpc} + (C_{lpc} - \omega G_{lpc}) \dot{\mathbf{q}}_{lpc} + K_{lpc} \mathbf{q}_{lpc} = \mathbf{Q}_{lpc} \quad (1)$$

$$M_{lpt} \ddot{\mathbf{q}}_{lpt} + (C_{lpt} - \omega G_{lpt}) \dot{\mathbf{q}}_{lpt} + K_{lpt} \mathbf{q}_{lpt} = \mathbf{Q}_{lpt} \quad (2)$$

$$M_{hp} \ddot{\mathbf{q}}_{hp} + (C_{hp} - \omega G_{hp}) \dot{\mathbf{q}}_{hp} + K_{hp} \mathbf{q}_{hp} = \mathbf{Q}_{hp} \quad (3)$$

$$M_{cin} \ddot{\mathbf{q}}_{cin} + C_{cin} \dot{\mathbf{q}}_{cin} + K_{cin} \mathbf{q}_{cin} = \mathbf{Q}_{cin} \quad (4)$$

$$M_{cout} \ddot{\mathbf{q}}_{cout} + C_{cout} \dot{\mathbf{q}}_{cout} + K_{cout} \mathbf{q}_{cout} = \mathbf{Q}_{cout} \quad (5)$$

## 1.2 含中介轴承的转子-机匣的支承系统建模

对于每个转子与机匣间的支承  $RCi$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ), 包括了中介轴承、阻尼器、轴承座等部件。其中  $m_{wi}$  为中介轴承外圈质量;  $m_{bi}$  为轴承座质量;  $k_{ti}$  为轴承外圈与轴承座之间的连接刚度,  $c_{ti}$  为轴承外圈与轴承座之间的连接阻尼系数, 如果存在挤压油膜阻尼器, 则为非线性阻尼系数;  $k_{fi}$ ,  $c_{fi}$  分别为机匣与轴承座之间的连接刚度和阻尼系数。如图3所示, 其中  $\mathbf{F}_{yci}$  和  $\mathbf{F}_{xci}$  为机匣作用于支承的力,  $\mathbf{F}_{yri}$  和  $\mathbf{F}_{xri}$  为转子作用于支承的力, 该力即为中介轴承的赫兹接触力, 需要利用复杂的中介轴承模型进行计算。

设  $i$  个支承  $RCi$  与转子的第  $i_r$  个节点和机匣的第  $i_c$  个节点相连。轴承外圈位移为  $\mathbf{x}_{wi}$  和  $\mathbf{y}_{wi}$ ; 轴承座位移为  $\mathbf{x}_{bi}$  和  $\mathbf{y}_{bi}$ 。

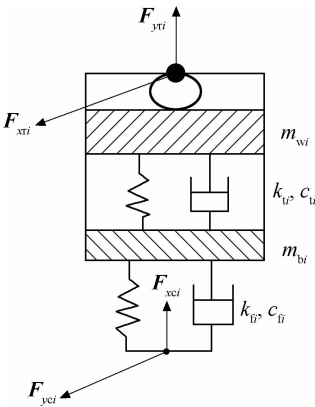


图3 转子-机匣支承

Fig. 3 Rotor-casing support

中介轴承外圈的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_{wi} \ddot{\mathbf{x}}_{wi} + k_{ti}(\mathbf{x}_{wi} - \mathbf{x}_{bi}) + c_{ti}(\dot{\mathbf{x}}_{wi} - \dot{\mathbf{x}}_{bi}) = \mathbf{F}_{xri} \\ m_{wi} \ddot{\mathbf{y}}_{wi} + k_{ti}(\mathbf{y}_{wi} - \mathbf{y}_{bi}) + c_{ti}(\dot{\mathbf{y}}_{wi} - \dot{\mathbf{y}}_{bi}) = \mathbf{F}_{yri} - m_{wi} \mathbf{g} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

支承  $RCi$  的轴承座的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_{bi} \ddot{\mathbf{x}}_{bi} + k_{ti}(\mathbf{x}_{bi} - \mathbf{x}_{wi}) - c_{ti}(\dot{\mathbf{x}}_{wi} - \dot{\mathbf{x}}_{bi}) = \mathbf{F}_{xci} \\ m_{bi} \ddot{\mathbf{y}}_{bi} + k_{ti}(\mathbf{y}_{bi} - \mathbf{y}_{wi}) - c_{ti}(\dot{\mathbf{y}}_{wi} - \dot{\mathbf{y}}_{bi}) = \mathbf{F}_{yci} - m_{bi} \mathbf{g} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

## 1.3 含中介轴承的转子-转子支承系统建模

对于每个转子与转子间的中介轴承支承  $RRMi$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ), 包括了中介轴承、轴承座等部件。如图4所示, 其中  $\mathbf{F}_{yrii}$  和  $\mathbf{F}_{xrii}$  为内转子作用于支承的力,  $\mathbf{F}_{yroii}$  和  $\mathbf{F}_{xroii}$  为外转子作用于支承的力。设  $i$  个支承  $RRMi$  与内转子第  $i_r$  个节点和外转子第  $i_c$  个节点相连。

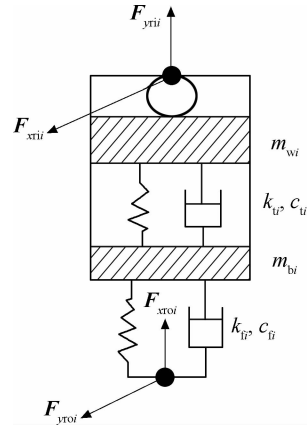


图4 转子间中介轴承支承

Fig. 4 Intermediate bearing support in rotors

设内转子第  $i_r$  个节点支承在第  $i$  个支承的中介轴承上, 其位移为  $\mathbf{x}_{ri_r}$  和  $\mathbf{y}_{ri_r}$ , 支承  $RRMi$  的轴承外圈的位移为  $\mathbf{x}_{wi}$  和  $\mathbf{y}_{wi}$ , 转子作用于第  $i$  个支承的轴承力  $\mathbf{F}_{xrii}$ ,  $\mathbf{F}_{yrii}$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ), 该力即为滚动轴承的赫兹接触力, 需要利用复杂的滚动轴承模型进行计算。因此, 中介轴承外圈的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_{wi} \ddot{\mathbf{x}}_{wi} + k_{ti}(\mathbf{x}_{wi} - \mathbf{x}_{bi}) + c_{ti}(\dot{\mathbf{x}}_{wi} - \dot{\mathbf{x}}_{bi}) = \mathbf{F}_{xrii} \\ m_{wi} \ddot{\mathbf{y}}_{wi} + k_{ti}(\mathbf{y}_{wi} - \mathbf{y}_{bi}) + c_{ti}(\dot{\mathbf{y}}_{wi} - \dot{\mathbf{y}}_{bi}) = \mathbf{F}_{yrii} - m_{wi} \mathbf{g} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

设外转子第  $i_c$  个节点支承在第  $i$  个支承上, 其位移为  $\mathbf{x}_{roic}$  和  $\mathbf{y}_{roic}$ , 支承  $RRMi$  的轴承座的位移为  $\mathbf{x}_{bi}$  和  $\mathbf{y}_{bi}$ , 则外转子作用于支承  $RRMi$  的力为  $\mathbf{F}_{xroii}$  和  $\mathbf{F}_{yroii}$  ( $i=1, 2, \dots, N$ )。

因此, 支承  $RRMi$  的轴承座运动方程为

$$\begin{cases} m_{bi} \ddot{\mathbf{x}}_{bi} + k_{ti}(\mathbf{x}_{bi} - \mathbf{x}_{wi}) + c_{ti}(\dot{\mathbf{x}}_{bi} - \dot{\mathbf{x}}_{wi}) = \mathbf{F}_{xroii} \\ m_{bi} \ddot{\mathbf{y}}_{bi} + k_{ti}(\mathbf{y}_{bi} - \mathbf{y}_{wi}) + c_{ti}(\dot{\mathbf{y}}_{bi} - \dot{\mathbf{y}}_{wi}) = \mathbf{F}_{yroii} - m_{bi} \mathbf{g} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

1.4 其他连接方式建模

关于转子和转子间的联轴器连接建模和机匣与机匣间的连接建模,以及机匣和基础件的安装节连接建模,在文献[20-22]中进行了详细介绍,在此不再累述。

1.5 整机动力学响应求解

目前求取系统非线性响应的唯一有效方法是数值积分法。本文采用 Newmark-β 法和翟方法

(一种基于改进 Newmark-β 法的新型显式积分法)相结合的方法对微分方程组进行求解,其中利用 Newmark-β 法对容易形成矩阵的转子和机匣有限元模型进行求解,利用翟方法对不需要形成矩阵的支承连接部件进行求解。该方法的特点是只需要组装单个转子或机匣部件的动力学矩阵,而不需要形成整个系统庞大的矩阵,求解效率很高。流程图如图 5 所示。

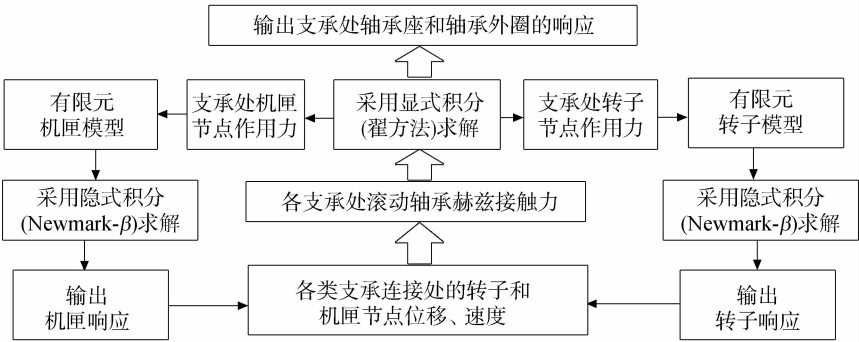


图 5 转子-支承-机匣耦合动力学求解流程  
Fig. 5 Solving flow for rotor-support-casing coupling dynamics

2 考虑外圈旋转的中介轴承外圈  
损伤故障模型

本文针对双转子航空发动机中介轴承外圈故障激励下的振动展开研究,此时,内外圈以不同的转速旋转,故障剥落点在外圈。本文在文献[11]的基础上,对外圈故障模型进行改进。

当轴承外圈产生损伤时,如剥落、裂纹、点蚀等,在滚动体通过时通常会产生冲击振动。图 6(a)为轴承外圈损伤的示意图,图 6(b)为损伤的展开图。图 6(b)中,设损伤为一凹坑,形状为一球形缺口,其横截面即为损伤表面, $L_d$  为损伤表面的直径, $a$  为损伤的深度, $r_b$  为滚子的半径。由几何关系可以知道滚子在损伤处是否形成冲击将取决于损伤直径和损伤深度。因为损伤深度  $h = r_b - \sqrt{r_b^2 - (L_d/2)^2}$ , 令  $h = a$  可以解得  $L_d = 2\sqrt{2r_b a - a^2}$ , 所以仅仅当满足条件:

$$L_d < 2\sqrt{2r_b a - a^2} \tag{10}$$

滚动体将会在滚道剥落坑的底部前即与坑的另一边接触,此时滚动体的运动速度将产生突变,从而形成很强的冲击,否则滚动体将滚过剥落坑的底部,滚动体沿滚道的运动速度是连续变化的,故而不能很强的冲击,而此种情形下,外圈损伤只会产

生冲击性很弱的非周期激励。事实上,中介轴承的局部损伤,尤其是早期的损伤,损伤面积通常较小,满足式(10),因此通常形成冲击振动。为不失一般性,本文假设轴承外圈的局部损伤均满足式(10),产生冲击振动。

为了模拟外圈的损伤故障,认为滚珠进入损伤区域后,轴承游隙突然增加,可能导致该滚珠与轴承内外圈的赫兹接触力突然降低或变为零,因此,需要确定滚珠在损伤区域的轴承游隙变化量。事实上,从图 6(b)可以看出,由损伤引起的轴承游隙变化量  $\delta_d = h$ ,即

$$\delta_d = r_b - \sqrt{r_b^2 - (L_d/2)^2} \tag{11}$$

接下来需要确定由损伤引起的轴承游隙变化条件。设第  $j$  个滚珠处的角度位置为  $\theta_j$ , 有  $\theta_j = \omega_{cage} t + \frac{2\pi}{Z}(j-1)$ ,  $j = 1, 2, \dots, Z$ ,  $\omega_{cage}$  为保持架转速。损伤在外圈的位置为  $\theta_{out}$ , 由于外圈在旋转,设外圈的旋转速度为  $\omega_{out}$ , 则  $\theta_{out} = \omega_{out} t$ 。显然,在旋转过程中,当滚珠的角位置与外圈损伤角位置之间的差值在损伤角度  $\beta$  范围内时,将产生式(10)所表示的轴承游隙变化量,即

$$|(\theta_{out} - \theta_j) \bmod (2\pi)| < \beta, \tag{12}$$
$$j = 1, 2, \dots, Z$$

其中损伤角  $\beta = \arcsin(L_d/d_{out})$ ,  $d_{out}$  为外圈直径。

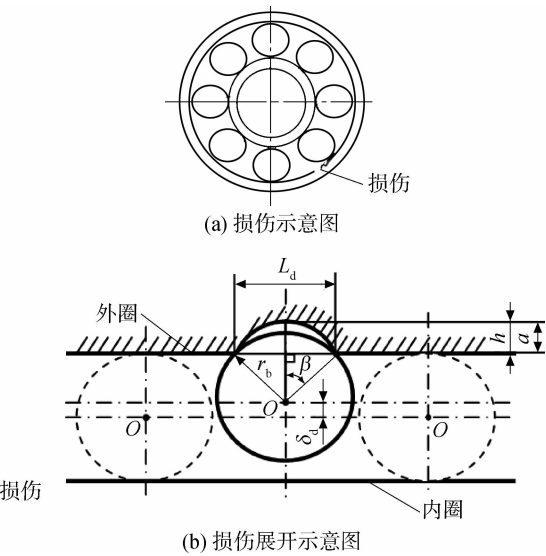


图 6 外圈损伤示意图  
Fig. 6 Sketch of outer ring damage

3 整机模型中介轴承外圈故障  
导入方法

由于该双转子航空发动机的中介轴承为圆柱滚子轴承,本文采用切片法进行圆柱滚子轴承的变形分析,“切片法”假设任何滚子-滚道接触在平行于轴承径向平面内都可以划分为一定数量的“切片”。同时还假定,由于接触变形很小,可以忽略切片间的切应力,仅仅考虑接触变形。

设圆柱滚子轴承的游隙为  $S$ 、滚子数目为  $Z$ 、切片数为  $\Delta$ 、切片宽度  $w=l/\Delta$ 。当圆柱滚子轴承外圈出现损伤时,设第  $j$  个滚子第  $\lambda$  个切片产生的法向游隙变化量为  $\delta_{d\lambda j}$ ,其他因素产生的法向压缩量为  $\delta_{o\lambda j}$ 。对于圆柱滚子轴承,假设损伤产生的法向游隙变化量仅仅影响中间的切片(即  $\lambda=\Delta/2$ ),则有

$$\delta_{d\lambda j} = \begin{cases} \delta_{dj} & \lambda = \Delta/2 \\ 0 & \lambda \neq \Delta/2 \end{cases} \quad (13)$$

考虑轴承损伤后的第  $j$  个滚子第  $\lambda$  个切片的

法向压缩量为

$$\delta_{\lambda j} = \begin{cases} \delta_{o\lambda j} - \delta_{d\lambda j} & \delta_{o\lambda j} - \delta_{d\lambda j} > 0 \\ 0 & \delta_{o\lambda j} - \delta_{d\lambda j} \leq 0 \end{cases} \quad (14)$$

根据第  $j$  个滚子的  $\Delta$  个切片变形可以计算第  $j$  个滚子的载荷  $Q_j$ ,即

$$Q_j = \frac{w^{-0.89}}{1.24 \times 10^{-5} \Lambda^{0.11}} \sum_{\lambda=1}^{\Delta} (\delta_{\lambda j})^{1.11} \quad (15)$$

对每个滚子的载荷分别分解到  $x$  和  $y$  方向,在进行合成,得到  $x$  和  $y$  方向的轴承力,即为式(7)和式(8)的  $F_{xrii}$ 、 $F_{yrii}$ 、 $F_{xroi}$ 、 $F_{yrois}$ ,从而实现故障导入。

4 基于整机模型的中介轴承外圈  
故障仿真

4.1 仿真计算条件

本文确定某型双转子航空发动机整机振动的仿真计算条件如下:

- 1) 该型航空发动机中介轴承的内圈支承在低压转子上,外圈支承在高压转子上,因此其内圈转速为 10800 r/min,外圈转速为 13300 r/min。
- 2) 该中介轴承为圆柱滚子轴承,其动力学参数如表 9。又由于内、外圈同向旋转,根据式(16)计算得到外圈故障特征频率为  $f_o=663$  Hz。

$$f_o = Z \frac{1}{2} (f_{ro} - f_{ri}) \left( 1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) = 15.912 (f_{ro} - f_{ri}) \quad (16)$$

式中  $f_{ri}$  为中介轴承内圈转速,  $f_{ro}$  为中介轴承外圈转速,  $d$  为滚子直径,  $D$  为节圆直径。

4.2 仿真结果分析

4.2.1 响应测点

为了分析中介轴承故障的传递路径,选择从轴承座到机匣的传递路径上的各个测点进行滚动轴承故障激励下的振动仿真分析,测点如表 10 所示,分别对应图 1 上的测点 1、测点 2、测点 3、测点 4、测点 5。

表 9 某型航空发动机中介轴承几何参数  
Table 9 Geometric parameters of an aero-engine intermediate bearing

| 轴承类型   | 滚子数目 $Z$ | 节圆直径 $D/\text{mm}$ | 滚子直径 $d/\text{mm}$ | 接触角/ $^\circ$ |
|--------|----------|--------------------|--------------------|---------------|
| 圆柱滚子轴承 | 34       | 125.00             | 8.00               | 0             |

表 10 从中介轴承到机匣的传递路径上的测点  
Table 10 Measuring points on the transfer path from intermediate bearing to casing

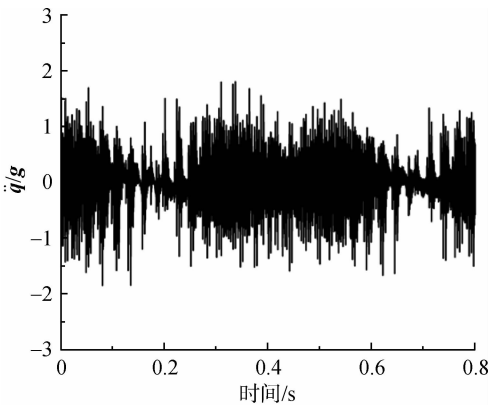
| 测点序号 | 1        | 2        | 3    | 4     | 5     |
|------|----------|----------|------|-------|-------|
| 测点名称 | 支点 5 轴承座 | 支点 6 轴承座 | 中介机匣 | 涡轮后机匣 | 混合气机匣 |

4.2.2 转子不平衡量和中介轴承游隙对振动特征的影响

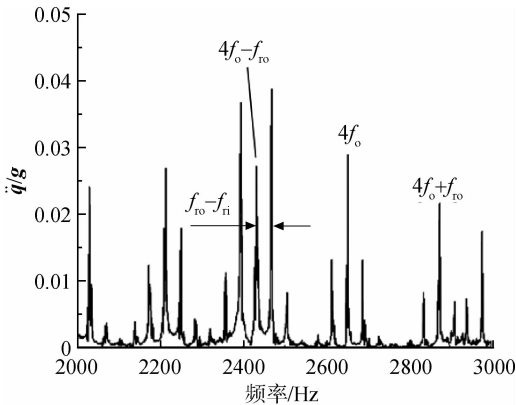
为了分析中介轴承故障特征,需要研究转子不平衡和中介轴承游隙对轴承故障特征的影响,本文分别研究 4 种不平衡情况:①不考虑高、低压不平衡;②仅仅考虑高压转子不平衡;③仅仅考虑低压转子不平衡;④同时考虑高、低压转子不平衡。以及两种中介轴承游隙情况:①不考虑游隙;②考虑 50  $\mu\text{m}$  游隙。

图 7 为不考虑高、低压转子不平衡的情形,其中图 7(a)和图 7(b)分别为不考虑中介轴承游隙的时域波形及其频谱。图 7(c)和图 7(d)分别为考虑中介轴承游隙的时域波形及其频谱。从图中可以明显观察到 3 个特征:①两个频谱中出现了明显的 4 倍滚动体通过外圈的频率,即  $4f_o = 2652\text{ Hz}$ 。②在  $4f_o$  两侧出现了明显的以外圈旋转频率为间隔的调制边频带,即  $4f_o - f_{ro}$ ,  $4f_o + f_{ro}$ ;③在  $4f_o$ 、 $4f_o - f_{ro}$ 、 $4f_o + f_{ro}$  两侧出现了明显的以内外圈转速差为间隔的调制边频带。

故障特征解释为:①外圈故障的特征频率  $f_o$  为滚动体通过外圈的冲击频率,  $4f_o$  明显的原因是因为该频率分量与系统某阶共振频率接近导致



(c) 时域波形(中介轴承游隙为 50  $\mu\text{m}$ )



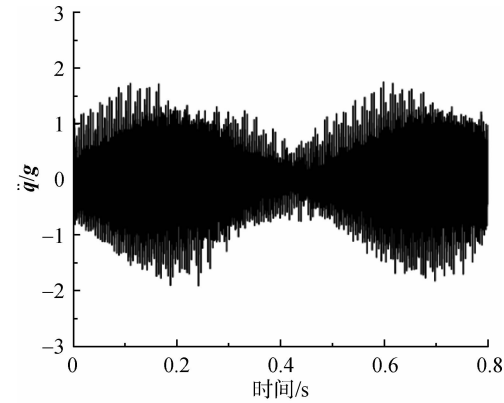
(d) 频谱(中介轴承游隙为 50  $\mu\text{m}$ )

图 7 不考虑高、低压转子不平衡的时域波形和频谱  
Fig. 7 Time-domain waveforms and frequency spectrums without considering the unbalance of high and low pressure rotors

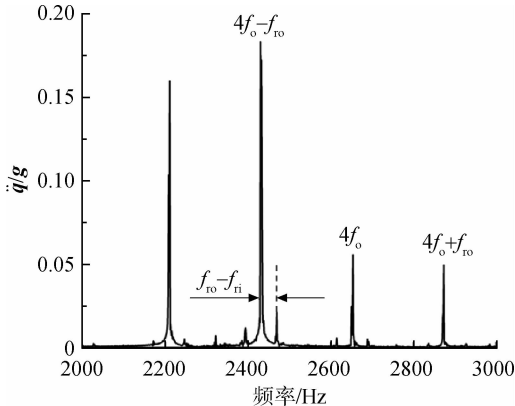
的,其他频率分量均存在,但由于其与系统共振频率相隔较远,故在频谱上显得很微弱。②由于外圈在旋转,所以故障冲击外圈的位置随外圈旋转将周期改变,因此冲击大小也将受到外圈旋转频率调制,故出现以外圈旋频率为间隔的调制边频带;③由于外圈相对于内圈的旋转频率为内外圈旋转频率差  $\Delta f = f_{ro} - f_{ri}$ ,所以故障冲击内圈的位置随旋转频率  $f_{ro} - f_{ri}$  周期改变,故在  $nf_o$  ( $f_{ro}$  的两侧将出现以频率差  $\Delta f$  为间隔的调制边频带,故最终频谱中将出现:  $nf_o \pm mf_{ro} \pm k\Delta f$ 。

随着中介轴承的游隙增加,其他特征均存在,但是以频率差  $\Delta f$  为间隔的调制边频带更加突出,同时特征频率下的振动大大增加。表明轴承游隙使得故障在内、外圈上的冲击位置更为敏感,产生了更为强烈的振动和调制现象。

图 8 为仅考虑高压转子的不平衡的情况,图 8(a)和图 8(b)分别是不考虑中介轴承游隙的时域波形和频谱。图 8(c)和图 8(d)分别是考虑中介轴承游隙的时域波形和频谱。由于高压转子的



(a) 时域波形(中介轴承游隙为 0  $\mu\text{m}$ )



(b) 频谱(中介轴承游隙为 0  $\mu\text{m}$ )

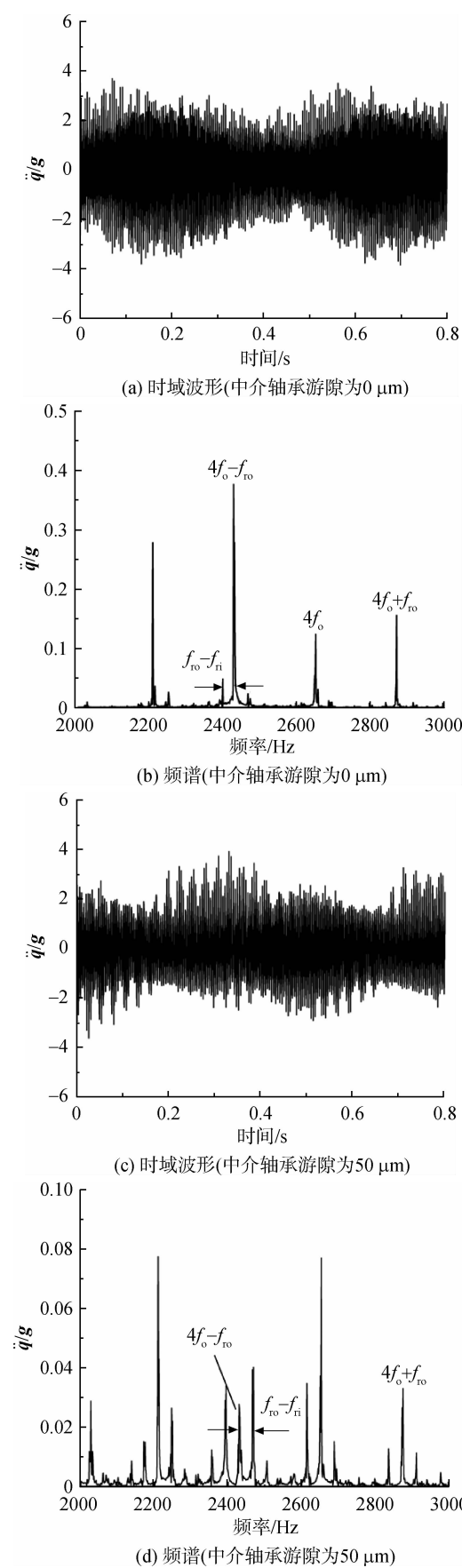
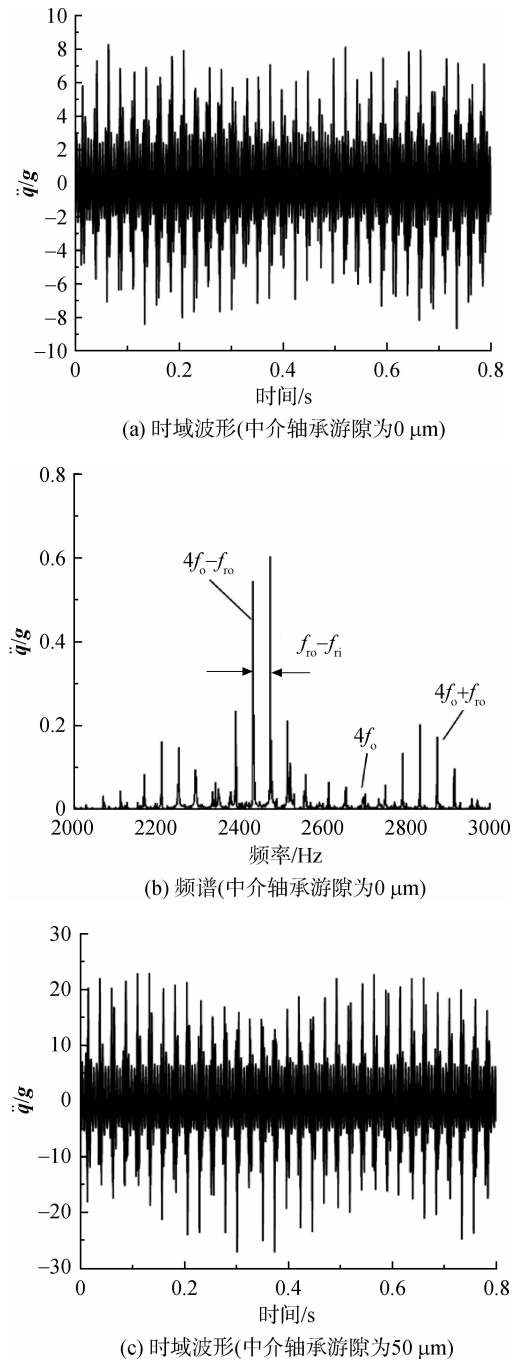


图 8 仅考虑高压转子不平衡量的时域波形和频谱

Fig. 8 Time-domain waveforms and frequency spectrums only considering the unbalance of high-pressure rotor

不平衡,轴承的外部激励负荷相对增加,因此时域波形的振幅大于图 7 中的振幅。在增加中介轴承的游隙后,其他振动响应特性也存在。频率差作为间隔的调制边带更加突出,故障特征频率的幅度更加突出,表明轴承游隙增加了故障对内圈和外圈的影响。

图 9 为仅考虑低压转子的不平衡的情况,仿真结果与仅考虑高压转子不平衡情况有些不同。不平衡的转子使调制频带更加突出,并且随着中介轴承游隙的增加,时域和频谱中的故障特征将变得更加突出。但是,故障特征频率变得相对较弱。



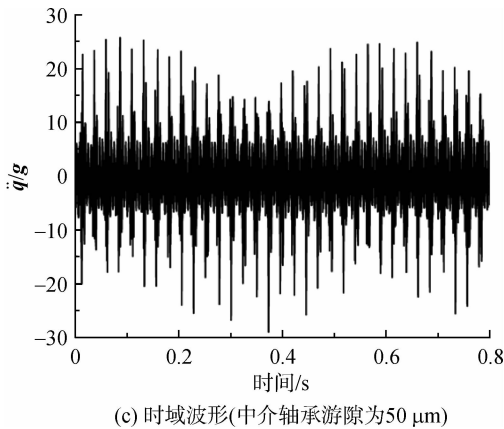
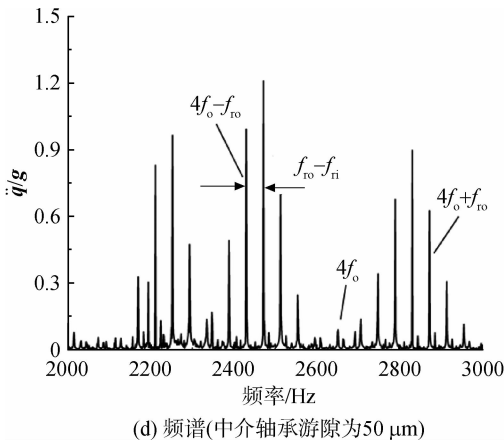


图 9 仅考虑低压转子不平衡的时域波形和频谱  
Fig. 9 Time-domain waveforms and frequency spectrums only considering the unbalance of low-pressure rotor

当同时考虑高压转子和低压转子的不平衡时,图 10 中出现相同的定律。这些结果表明,低压转子的不平衡对整机有很大的影响,并且在同时考虑高、低压转子的不平衡时起着主导作用。

为了进一步分析中介轴承故障特征,分析了在不考虑中介轴承故障的情况下,轴承座上的振动加速响应,以期进一步与中介轴承存在故障时的振动响应进行特征对比分析,从而更好地探究其故障变化规律。其结果在图 11 中展示,其中图

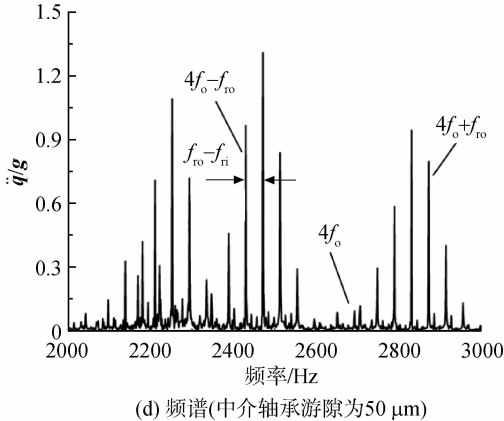


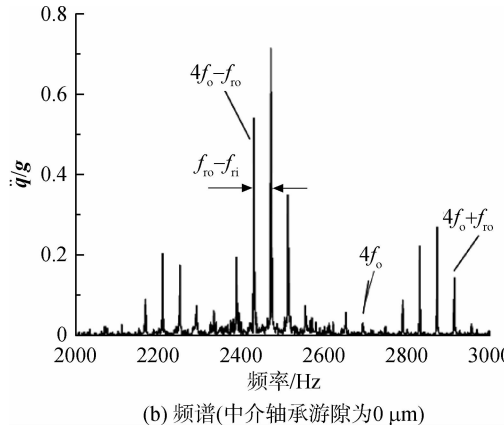
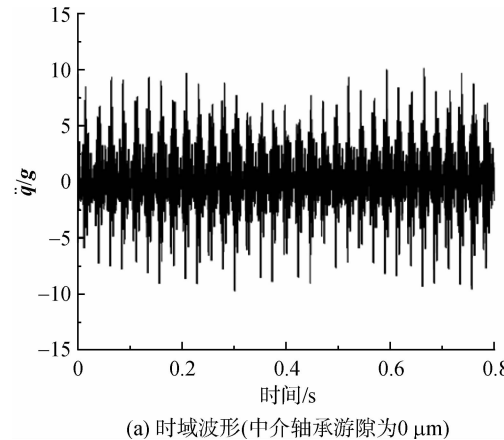
图 10 同时考虑高、低压转子不平衡的时域波形和频谱  
Fig. 10 Time-domain waveforms and frequency spectrums considering unbalance of high and low pressure rotors at the same time

11(a)和图 11(b)分别为不考虑轴承游隙时的时域波形和频谱。图 11(c)和图 11(d)分别为考虑 50 μm 轴承游隙时的时域波形和频谱。

从图 11 中可以看出,在没有中介轴承外圈故障时,振动响应中时域信号上的振幅与故障响应信号相比较小。并且频谱上不会出现中介轴承故障特征频率及其倍频,也不存在振动调制现象。同时,需要注意的是,随着轴承游隙的增加,系统的共振区域的中心从 2500 Hz 移动到 2200 Hz,由此可见轴承游隙对系统固有特性的影响很大。

4.2.3 中介轴承故障激励下的传递路径分析

考虑实际情况存在高、低压转子不平衡,以及中介轴承游隙的情况,分析在中介轴承外圈故障激励下的故障特征传递路径。图 12~图 16 分别为从中介轴承到机匣传递路径上的各个测点的时域波形图和频谱图。测点 1~测点 5 分别对应支承点 5 轴承座、支承点 6 轴承座、中介机匣、涡轮后机匣和混合气机匣(见表 10)。



(a) 时域波形(中介轴承游隙为 0 μm)

(b) 频谱(中介轴承游隙为 0 μm)

从图 12~图 16 中可以发现,各机匣测点的加速度信号频谱中,只有在中介轴承座上的振动响应中出现了由于故障激励所产生的共振峰,并出现了一系列故障特征频率。然而,在其他测点的响应中均没有出现由于中介轴承故障激发的共

振峰,因此不能发现中介轴承损伤产生的故障特征,并且在低频段,仅仅出现了明显的高、低压转子转频分量。由此可见,轴承的早期局部损伤通过轴承座传递到机匣,产生了很大程度的衰减,中介轴承故障特征基本上完全被衰减,因此通过机

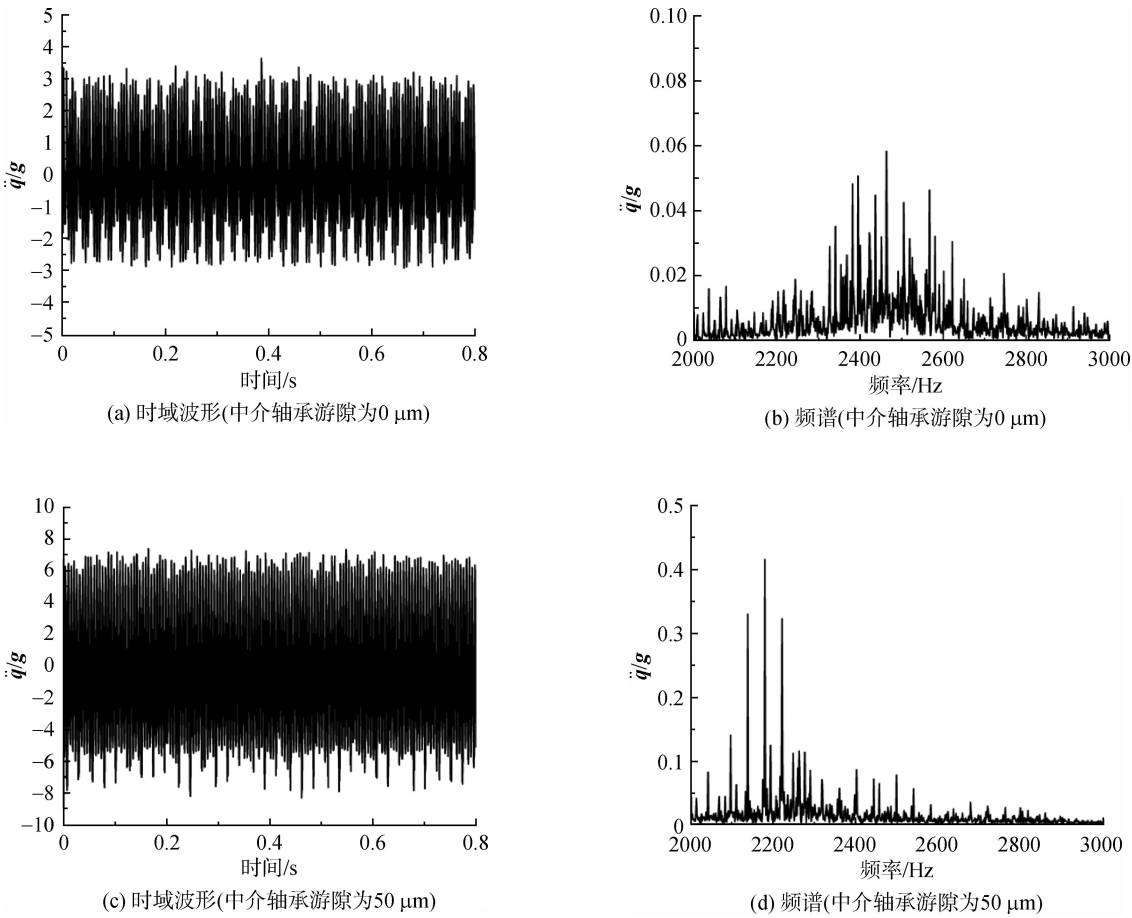


图 11 同时考虑高低压转子不平衡量的时域波形和频谱(中介轴承无故障)

Fig. 11 Time-domain waveforms and frequency spectrums considering unbalance of high and low pressure rotors at the same time (fault-free intermediate bearing)

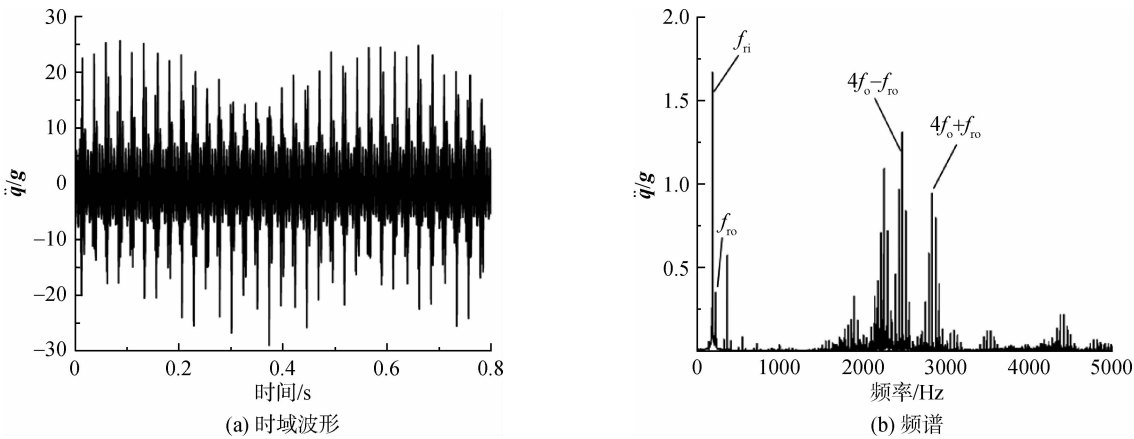


图 12 测点 1 加速度响应

Fig. 12 Acceleration response of measuring point 1

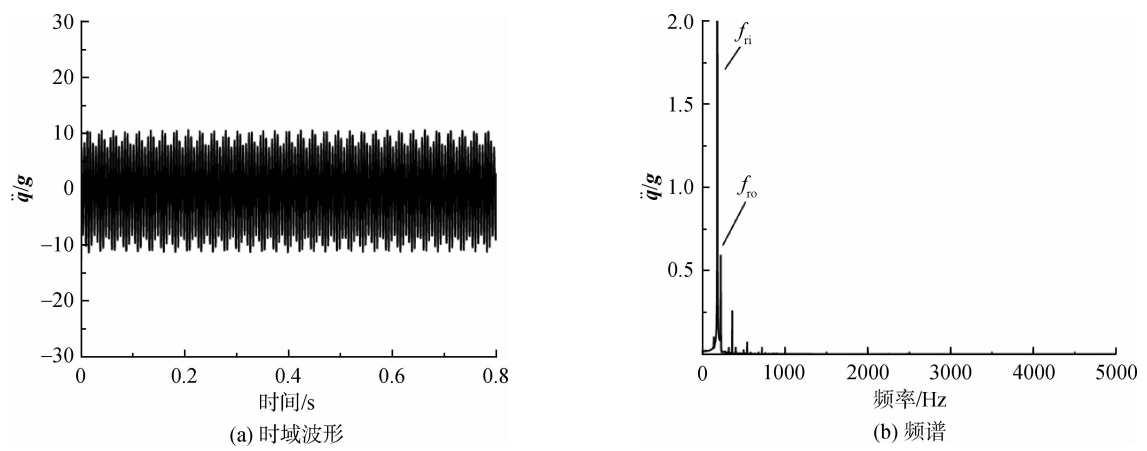


图 13 测点 2 加速度响应

Fig. 13 Acceleration response of measuring point 2

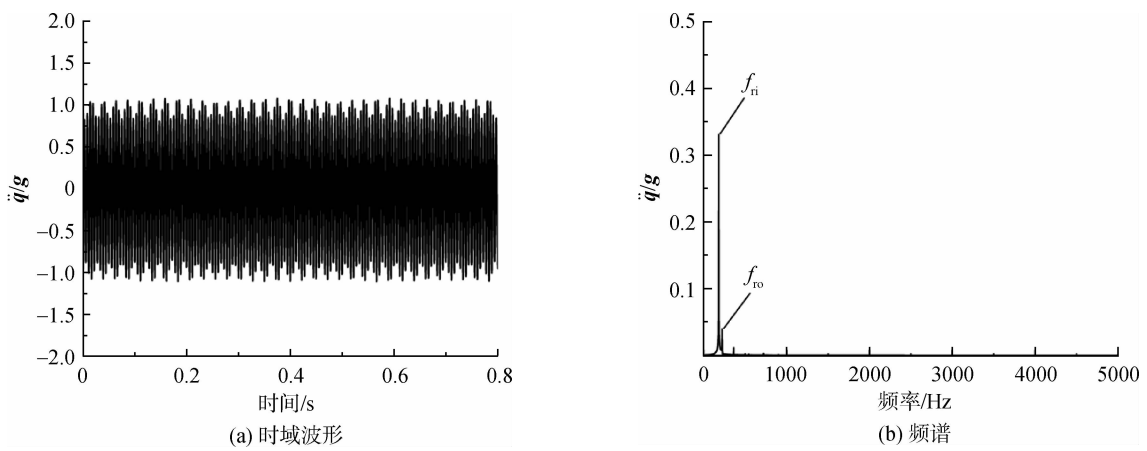


图 14 测点 3 加速度响应

Fig. 14 Acceleration response of measuring point 3

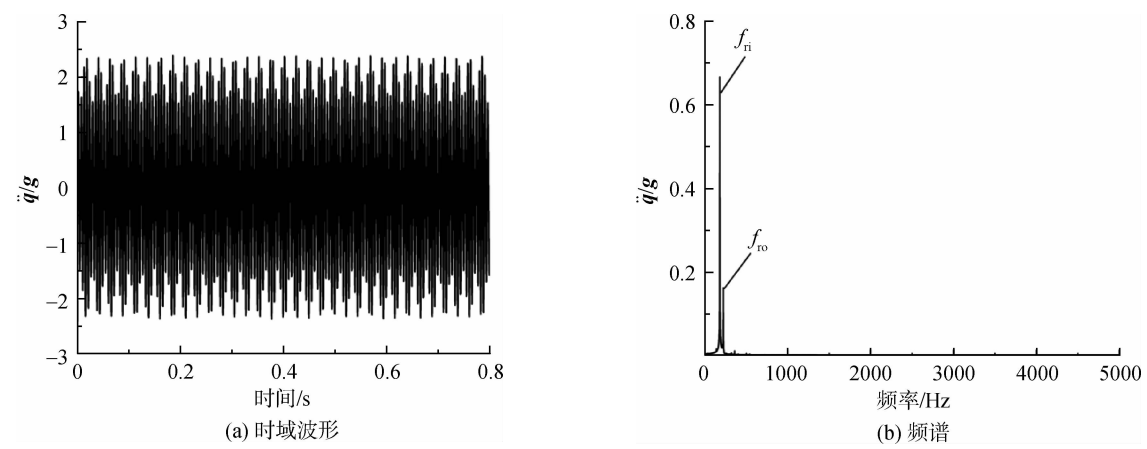


图 15 测点 4 加速度响应

Fig. 15 Acceleration response of measuring point 4

匣振动加速度信号很难对中介轴承的故障实施有效诊断,通过测取轴承座的振动加速度信号进行中介轴承的故障诊断是解决中介轴承早期故障预测的重要途径。

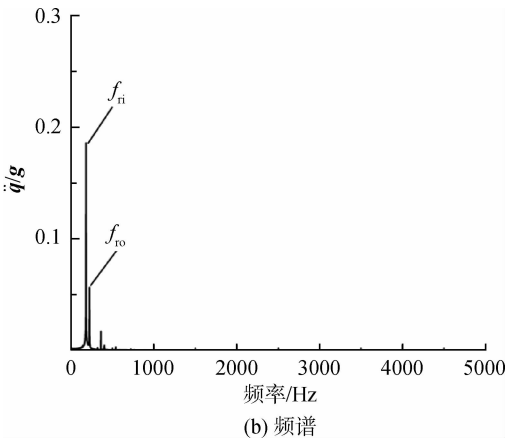
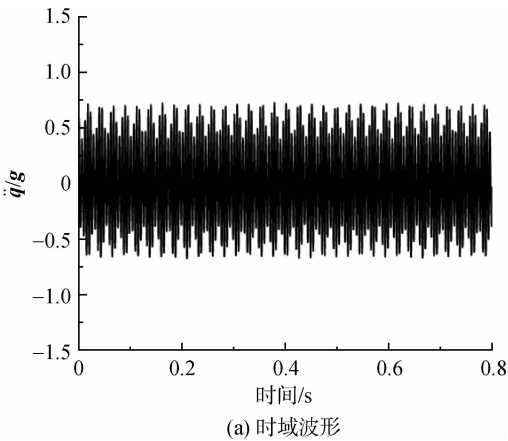


图 16 测点 5 加速度响应

Fig. 16 Acceleration response of measuring point 5

5 结 论

本文研究了某典型双转子航空发动机在中介轴承外圈故障激励下的整机振动问题,通过在整机振动耦合动力学模型中导入中介轴承外圈早期剥落故障模型,利用数值积分方法得到在中介轴承外圈故障激励下的整机振动响应。仿真结果得出如下结论:

1) 在中介轴承支点处的轴承座加速度信号中,出现了明显的 4 倍滚动体通过外圈的频率  $4f_o$ 。在  $4f_o$  两侧出现了明显的以外圈旋转频率为间隔的调制边频带,即  $4f_o - f_{ro}$ ,  $4f_o + f_{ro}$ ;同时,在  $4f_o$ 、 $4f_o - f_{ro}$ 、 $4f_o + f_{ro}$  两侧出现了明显的以内外圈转速差为间隔的调制边频带。

2) 考虑转子不平衡后,轴承激励外载荷相对于不考虑转子不平衡时增加,从时域波形上可以看出,振动加速度与不考虑高、低压转子不平衡时进一步增加。以外圈旋转频率为间隔的调制边频带变得更加突出,而  $4f_o$  分量相对变得微弱。

3) 随着中介轴承的游隙增加,其他特征均存在,但是以频率差  $\Delta f$  为间隔的调制边频带更加突出,同时特征频率下的振动大大增加。表明轴承游隙使得故障在内、外圈上的冲击位置更为敏感,产生了更为强烈的振动和调制现象。

4) 轴承的早期局部损伤产生的冲击振动响应通过轴承座传递到机匣,产生了很大程度的衰减,中介轴承故障特征基本消失,因此通过机匣振动加速度信号很难对中介轴承的故障实施有效地诊断。

本文方法对于分析中介轴承其他类型故障(如内圈、滚动体以及保持架等)激励下的航空发动机整机振动响应具有推广性,为分析航空发动

机中介轴承故障振动特征和机理提供了新的方法。

参考文献:

[1] 尉询楷,杨立,刘芳. 航空发动机预测与健康管理[M]. 北京:国防工业出版社,2014.

[2] SUNNERSJO C S. Varying compliance vibrations of rolling bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 1978, 58 (3): 363-373.

[3] LIEW A, FENG N S, HAHN E J. Transient rotordynamic modeling of rolling element bearing systems[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2002, 124(4): 984-991.

[4] TADINA M, BOLTEZAR M. Improved model of a ball bearing for the simulation of vibration signals due to faults during run-up[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(17): 4287-4301.

[5] CHOUDHURY A, TANDON N. Vibration response of rolling element bearings in a rotor bearing system to a local defect under radial load[J]. Journal of Tribology, 2006, 128(2): 252-261.

[6] SU Y T, LIN S J. On initial fault detection of a tapered roller bearing: frequency domain analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 1992, 155(1): 75-84.

[7] PANDA K C, DUTT J K. Design of optimum support parameters for minimum rotor response and maximum stability limit[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 223 (1): 1-21.

[8] BAI C Q, XU Q Y. Dynamic model of ball bearings with internal clearance and waviness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294(1/2): 23-48.

[9] HARSHA S P, SANDEEP K, PRAKASH R. The effect of speed of balanced rotor on nonlinear vibrations associated with ball bearings[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2003, 45(4): 725-740.

[10] SU Y T, LIN M H, LEE M S. The effects of surface irregularities on roller bearing vibrations[J]. Journal of Sound

and Vibration,1993,165(3):455-466.

[11] 陈果. 转子-滚动轴承-机匣耦合系统中滚动轴承故障的动力学分析[J]. 振动工程学报,2008,21(6):577-587.  
CHEN Guo. Dynamics analysis of ball bearing faults in rotor-ball-bearing-stator coupling system[J]. Journal of Vibration Engineering,2008,21(6):577-587. (in Chinese)

[12] 张根源,周泓,常宗瑜. 存在点缺陷的深沟球轴承的动力学响应[J]. 浙江大学学报(工学版),2009,43(8):1497-1500.  
ZHANG Genyuan, ZHOU Hong, CHANG Zongyu. Dynamic response of deep groove ball bearing with point defects[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering science),2009,43(8):1497-1500. (in Chinese)

[13] 徐东,徐永成,陈循,等. 单表面故障的滚动轴承系统非线性动力学研究[J]. 机械工程学报,2010,46(21):61-68.  
XU Dong, XU Yongcheng, CHEN Xun, et al. Research on nonlinear dynamics of single surface defect in rolling element bearing system[J]. Journal of Mechanical Engineering,2010,46(21):61-68. (in Chinese)

[14] 张亚洲,石林锁. 滚动轴承局部故障数学模型的建立与应用[J]. 振动与冲击,2010,29(4):73-76.  
ZHANG Yazhou, SHI Linsuo. Establishment and application of mathematical models for rolling element bearing with local fault[J]. Journal of Vibration and Shock,2010,29(4):73-76. (in Chinese)

[15] 关贞珍,郑海起,王彦刚,等. 滚动轴承局部损伤故障动力学建模及仿真[J]. 振动测试与诊断,2012,32(6):950-955.  
GUAN Zhenzhen, ZHENG Haiqi, WANG Yangang, et al. Fault dynamic modeling and simulation of rolling bearing with localized defect[J]. Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis,2012,32(6):950-955. (in Chinese)

[16] 刘倩楠,郭瑜,伍星. 滚动轴承外圈剥落故障双冲击特征机理建模[J]. 振动工程学报,2017,30(4):670-677.  
LIU Qiannan, GUO Yu, WU Xing. Mechanism modeling of the double-impulses phenomenon of a spall defect on a rolling element outer race[J]. Journal of Vibration Engineering,2017,30(4):670-677. (in Chinese)

[17] 刘静,邵毅敏,秦晓猛,等. 基于非理想 Hertz 线接触特性的圆柱滚子轴承局部故障动力学建模[J]. 机械工程学报,2014,50(1):91-97.  
LIU Jing, SHAO Yimin, QIN Xiaomeng, et al. Dynamic modeling on localized defect of cylindrical roller bearing based on non-Hertz line contact characteristics[J]. Journal of Mechanical Engineering,2014,50(1):91-97. (in Chinese)

[18] 张建军,王仲生,芦玉华,等. 基于非线性动力学的滚动轴承故障工程建模与分析[J]. 振动与冲击,2010,29(11):30-34.  
ZHANG Jianjun, WANG Zhongsheng, LU Yuhua, et al. Nonlinear dynamics modeling for localized defects in a rolling element bearing[J]. Journal of Vibration and Shock,2010,29(11):30-34. (in Chinese)

[19] 罗茂林,郭瑜,伍星. 基于时变接触刚度的球轴承双冲击现象动力学建模[J]. 振动工程学报,2018,31(5):875-882.  
LUO Maolin, GUO Yu, WU Xing. Dynamic modeling of double impulses behavior of a spalled ball bearing Based on time-varying contact stiffness[J]. Journal of Vibration Engineering,2018,31(5):875-882. (in Chinese)

[20] 陈果. 双转子航空发动机整机振动建模与分析[J]. 振动工程学报,2011,24(6):619-632.  
CHEN Guo. Vibration modeling and analysis of dual-rotor aero-engine[J]. Journal of Vibration Engineering,2011,24(6):619-632. (in Chinese)

[21] 陈果. 航空发动机整机振动耦合动力学新模型及其验证[J]. 航空动力学报,2012,27(2):241-254.  
CHEN Guo. A coupling dynamic model for whole aero-engine vibration and its verification[J]. Journal of Aerospace Power,2012,27(2):241-254. (in Chinese)

[22] CHEN G. Vibration modelling and verifications for whole aero-engine[J]. Journal of Sound and Vibration,2015,349:163-176.

[23] CHEN G. Simulation of casing vibration resulting from blade-casing rubbing and its verifications[J]. Journal of Sound and Vibration,2016,361:190-209.

[24] 陈果. 含复杂滚动轴承建模的航空发动机整机振动耦合动力学模型[J]. 航空动力学报,2017,32(9):2193-2204.  
CHEN Guo. Whole aero-engine vibration coupling dynamics model including modeling of complex ball and roller bearings[J]. Journal of Aerospace Power,2017,32(9):2193-2204. (in Chinese)

[25] CHEN G, QU M J. Modeling and analysis of fit clearance between outer ring and bearing housing of rolling bearings[J]. Journal of Sound and Vibration,2019,438:419-440.

(编辑:陈 越)